| UNIVERSITÉ PAUL SABATIER | LICENCE STS |
| --- | --- |

Année universitaire 2008–2009

# L1 STS PC : PHYSIQUE

Devoir à la maison n°1

*durée conseillée 1 heure*

## Exercice I : Équations aux dimensions

I.1. Dans les domaines de la géométrie, de la cinématique, de la dynamique et de l'électricité le système SI utilise les quatre grandeurs physiques de base suivantes : longueur, masse, temps et intensité dont les symboles seront L, M, T et I respectivement. Recopier et compléter le tableau ci-dessous en donnant les exposants dimensionnels des grandeurs physiques dérivées les plus usuelles (par définition, les exposants dimensionnels sont les nombres $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, $\delta$ dans la formule donnant la dimension d'un quantité X : $[\mathrm{X}] = \mathrm{L}^{\alpha}\mathrm{M}^{\beta}\mathrm{T}^{\gamma}\mathrm{I}^{\delta}$) et en complétant les cases « définition ».

| nom | symbole | définition | Exposants dimensionnels | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| | | | L | M | T | I |
| vitesse | $v$ | $v = \ell/t$ | | | | |
| accélération | $a$ | | | | | |
| force | $F$ | | | | | |
| énergie | $W$ | $W = F\ell$ | | | | |
| Puissance | $P$ | | | | | |
| ddp | $U$ | $U = \frac{P}{I}$ | | | | |

I.2. La fréquence $f$ du son émis par une corde vibrante est donnée par :

$$f = C\ell^{\alpha}m^{\beta}F^{\gamma}$$

où $C$ est une constante de dimension 1, $m$ la masse de la corde, $\ell$ sa longueur et $F$ la force qui la tend. Déterminer $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ à l'aide de l'équation aux dimensions de $f$.
Rappel : $f$ s'exprime en Hz ($\mathrm{s}^{-1}$).

## Exercice II : Vitesse de sédimentation

La vitesse de sédimentation des globules rouges correspond à la diminution, dans le temps, de la hauteur de la colonne de globules rouges dans un tube, posé à la verticale, où du sang non coagulé est laissé au repos. On la mesure en général en mm/jour. Cette analyse médicale permet de détecter une réaction inflammatoire qui a pour effet d'augmenter cette vitesse. On se propose dans cet exercice de calculer la vitesse de sédimentation du sang d'une personne de sexe féminin supposée développer une réaction inflammatoire. On admettra que cette vitesse est en fait égale à la vitesse limite de chute d'un globule rouge dans le fluide, que l'on se propose de calculer dans la suite.

Les globules rouges peuvent être considérés, en première approximation comme des sphères dont le rayon moyen mesuré est $r = 1{,}5 \times 10^{-6}$ m. La masse volumique des globules rouges est $\rho = 1300\,\mathrm{kg.m}^{-3}$ et ils sont en suspension dans une solution aqueuse (plasma sanguin) de masse volumique $\rho_0 = 1060\,\mathrm{kg.m^{-3}}$ et de viscosité $\eta_0 = 1{,}6 \times 10^{-3}\,\mathrm{Pa.s}$. L'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}81\,\mathrm{m.s^{-2}}$.

II.1. Représenter sur un schéma clair les forces qui s'exercent sur un globule rouge qui sédimente avec une vitesse $\vec{v}$ verticale dirigée vers le bas. On tiendra compte de la poussée d'Archimède et de la force de frottement visqueux $\overrightarrow{F_f} = -6\pi r \eta_0 \vec{v}$.

II.2. Exprimer l'ensemble des forces en fonction de $r$, $\eta_0$, $\rho$, $\rho_0$, $\vec{g}$ et $\vec{v}$.

II.3. Énoncer la deuxième loi de Newton.

II.4. En choisissant un axe vertical $Oz$ dirigé vers le bas, montrer que la composante de la vitesse $v_z$ selon cet axe obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t} + \frac{v_z}{\tau} = a$$

Donner l'expression de $\tau$ et de $a$ en fonction de $r$, $\eta_0$, $\rho$, $\rho_0$ et $g$.

II.5. Calculer la valeur numérique de la constante de temps $\tau$.

II.6. La vitesse de sédimentation $v_s$ est la vitesse limite atteinte par les globules rouges. Donner son expression en fonction de $a$ et $\tau$ et la calculer numériquement.

II.7. Avant d'être laissé au repos le tube contenant le sang est agité. Cette agitation fait « oublier » la pesanteur aux globules rouges, et on peut considérer qu'à l'instant initial $t = 0$, leur vitesse est nulle. Donner l'expression de la vitesse $v_z(t)$ en fonction de $t$, $a$ et $\tau$ .

II.8. Le temps au bout duquel la vitesse de sédimentation est atteinte est très faible par rapport au temps de sédimentation $t_s$. Calculer le temps de sédimentation $t_s$ correspondant à une diminution de la hauteur de la colonne de globules rouges de $h = 50\,\mathrm{mm}$.

II.9. Chez la femme en bonne santé, la vitesse de sédimentation normale vaut en moyenne 50 mm/jour. Peut-on affirmer que l'analyse du sang de cette patiente montre le développement d'une réaction inflammatoire ?

| UNIVERSITÉ PAUL SABATIER | LICENCE STS |
|---|---|

Année universitaire 2008–2009

# L1 STS : PHYSIQUE

Devoir Maison n°2

*durée conseillée 1 heure*

## Exercice I : Circuit LC

Un circuit est constitué d'une inductance pure $L$ en série avec un condensateur de capacité $C$ initialement chargé sous une tension $U_{C\,0}$ et d'un interrupteur $K$. A l'instant $t = 0$ l'interrupteur est fermé et le condensateur se décharge dans l'inductance. On note $i(t)$ le courant dans le circuit.

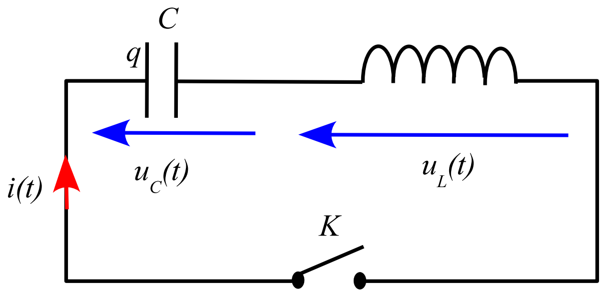


FIG. 1 – Circuit LC

I.1. Donner les relations entre les tensions $u_C(t)$ et $u_L(t)$ et le courant $i(t)$.

I.2. Montrez que la tension aux bornes du condensateur satisfait à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mathrm{d}^2 u_C(t)}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 u_C(t) = 0 \text{ avec } \omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

I.3. Montrer que $u_C(t) = B_1 \cos(\omega_0\, t + \phi)$ est solution de l'équation différentielle. En déduire les constantes les constantes $B_1$ et $\phi$ sachant qu'à $t = 0$, $u_C(t = 0) = U_{C\,0}$ et $i(t = 0) = 0$.

## Exercice II : Système masse-ressort vertical amorti par frottement visqueux

On fait osciller selon la verticale une petite bille métallique, de masse $m = 100\,\mathrm{g}$, suspendue à l'extrémité d'un ressort, de longueur à vide $\ell_0 = 15\,\mathrm{cm}$ et de raideur $k = 20\,\mathrm{SI}$. L'autre extrémité $O$ du ressort est maintenue fixe dans le référentiel $\mathcal{R}$ du laboratoire. Le fluide environnant exerce sur la bille une force de frottement visqueux de Stokes, d'expression $\overrightarrow{F_f} = -\alpha \overrightarrow{v}$. On désigne par $g = 9,81\,\mathrm{m/s}^2$, l'intensité du champ de pesanteur terrestre.

II.1.a Effectuer le bilan des forces qui s'exercent sur la bille. Les représenter sur un schéma clair.

II.1.b A l'aide d'une analyse dimensionnelle, préciser l'unité SI de $K$.

II.1.c Écrire, sous sa forme vectorielle, la deuxième loi de Newton.

II.1.d Projeter l'équation précédente selon l'axe vertical descendant $Oz$.

II.2.a Quelle est, en fonction de $m$, $g$ et $\ell_0$, la longueur $\ell_{eq}$ du ressort à l'équilibre ? Calculer sa valeur.

II.2.b Montrer que l'équation différentielle à laquelle satisfait la position $z(t)$ de la bille peut se mettre sous la forme :

$$\ddot{z} + \frac{1}{\tau}\dot{z} + \omega_0^2 z = C$$

Exprimer des quantités $\tau$, et $\omega_0$ en fonction de $k$, $m$ et $\alpha$. Exprimer la constante $C$ en fonction de la longueur du ressort à l'équilibre $\ell_{eq}$, $k$, $m$ et $g$.

II.3.a L'analyse expérimentale montre que la bille oscille avec une amplitude qui n'est pas constante mais décroît lentement au cours du temps. Donner l'expression générale de la solution $z(t)$ de l'équation différentielle précédente. Exprimer la pseudo-pulsation $\omega_p$ en fonction de $\omega_0$ et du facteur de qualité $Q = \tau\omega_0$.

II.3.b Déduire de l'expression précédente, l'expression de la vitesse de la masse $\dot{z}(t)$.

II.3.c En déduire l'expression précise de $z(t)$, sachant qu'à l'instant pris comme origine $z(t = 0) = \ell_{eq}$, et $\dot{z}(t = 0) = v_0$.

II.3.d Que devient $\tau$ dans l'hypothèse où l'on néglige l'influence du frottement ? Calculer, dans ce cas, la valeur de la période $T$ des oscillations.

II.3.e On utilise l'expérience précédente pour mesurer le coefficient de viscosité $\eta$ du fluide dans lequel la bille oscille. On détermine expérimentalement $\tau = 2,5\,\mathrm{SI}$. Sachant que le rayon de la bille vaut $r = 1\,\mathrm{cm}$, déterminer la valeur de $\eta$ en précisant son unité SI. On rappelle l'expression de Stokes du coefficient $\alpha$ en fonction de $\eta$ et de $r$ : $\alpha = 6\pi r\eta$.

| UNIVERSITÉ PAUL SABATIER | LICENCE STS |
|---|---|

Année universitaire 2008–2009

# L1 STS : PHYSIQUE

Devoir Maison n°3

*durée conseillée 1 heure 30*

Dans ce texte, les vecteurs sont notés en **gras**.

## Exercice I : Circuit RLC parallèle

On considère le circuit décrit sur la figure 1. La différence de potentiel $e(t)$ est produite par un générateur de tension sinusoïdale de fréquence variable. On donne $R = 1$ MΩ, $L = 1$ mH, $C = 100$ nF.

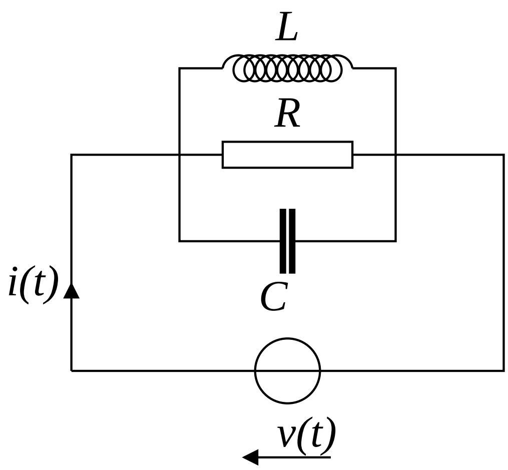


FIG. 1 – Circuit RLC parallèle

1. Écrire les impédances du condensateur, de la bobine et de la résistance.
2. En déduire l'impédance du circuit formé des trois éléments en parallèle.
3. On suppose que l'amplitude $E$ de $e(t)$ est fixée et l'on fait varier la fréquence du générateur. Calculer l'amplitude complexe $\underline{I}$ de l'intensité dans le circuit.
4. Montrer que l'amplitude $I$ de $i(t)$ passe par un minimum pour une valeur $\omega_0$ de la pulsation que l'on calculera.
5. Que vaut alors l'impédance du circuit ?

## Exercice II : Principe d'un sismographe

On se propose d'étudier le système de la figure 2 ci-dessous. Une masse $M$ est suspendue à l'extrémité d'un ressort sans masse de raideur $K$ et de longueur au repos $\ell_0$. L'autre extrémité du ressort est accrochée en un point $S$ à un boîtier qui subit un mouvement oscillatoire de la forme $x_S(t) = A_m \cos(\omega t)$. Le mouvement de la masse $M$ est amorti par frottements visqueux dans un amortisseur $D$ lié au boîtier ; on admettra que la force est proportionnelle à la vitesse $\mathbf{v} - \mathbf{v}_S$ et vaut $\mathbf{F}_f = -f(\mathbf{v} - \mathbf{v}_S)$, où $f$ est le coefficient de frottement. On repère la position de la masse $M$ sur

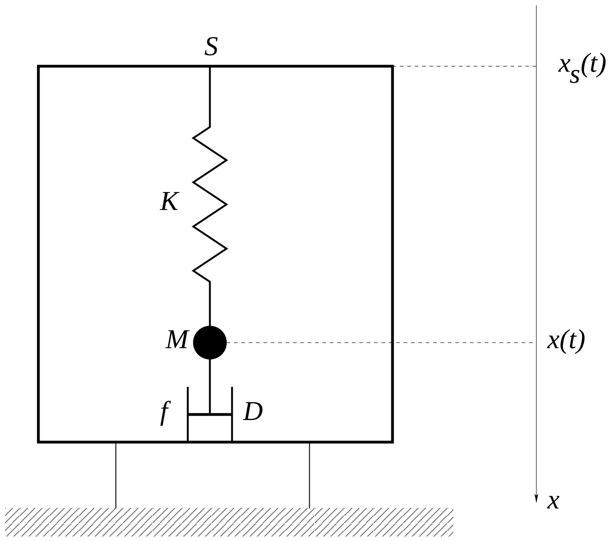


FIG. 2 – Schéma du sismographe

l'axe $(Ox)$ vertical vers le bas par sa coordonnée $x(t)$.

1. Montrer que la force de rappel du ressort est de la forme : $\mathbf{F}_r = -K(x - x_S - \ell_0)\mathbf{e}_x$
2. Établir l'équation différentielle du mouvement $x(t)$.
3. Déterminer $\ell_1$, la position de $M$ à l'équilibre (quand $A_m = 0$), en fonction de $K$, $m$, $g$ et $\ell_0$.
4. Effectuer le changement de variables $X = x - \ell_1 - x_S$ et mettre l'équation du mouvement sous la forme :
$$\frac{\mathrm{d}^2 X}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{\tau}\frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 X = \omega^2 A_m \cos(\omega t) \tag{1}$$
Donner les expressions de $\tau$ et $\omega_0$.
5. En régime permanent, la solution de l'équation est de la forme $X(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$. En utilisant la notation complexe, donner l'expression de $\underline{X}(t)$. Que devient l'équation différentielle (1) en notation complexe ? En déduire l'amplitude complexe $\underline{X}_m$, puis l'amplitude $X_m$.
6. On admettra sans démonstration que :
$$B^2 = \frac{X_m^2}{A_m^2} = \frac{\Omega^4}{(1-\Omega^2)^2 + 4\alpha^2\Omega^2}$$
en posant $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ et $4\alpha^2 = \frac{f^2}{Km}$, $\alpha$ étant appelé le coefficient d'amortissement du système.
Donner la limite de $B^2$ quand $\Omega \to \infty$. En déduire que, dans ce cas-là, l'amplitude $X_m$ représente bien l'amplitude du mouvement du boîtier.
7. On veut utiliser le système en sismographe, c'est-à-dire mesurer le mouvement du sol $x_S(t)$ en enregistrant $X(t)$. On suppose maintenant que la masse $M = 100$ kg, que la raideur du ressort est de $360 \times 10^3$ N.m$^{-1}$ et que $f = 9 \times 10^3$ N.s.m$^{-1}$. Calculer $B^2$ dans les trois cas suivants : $\Omega = 1$, $\Omega = 2$ et $\Omega = 10$. Que pensez-vous de la fidélité du sismographe (rapport entre $X(t)$ et le mouvement du sol) ?

Année universitaire 2008–2009

# L1 STS : PHYSIQUE

Devoir Maison n°4

*durée conseillée 1 heure 30*

Dans ce texte, les vecteurs sont notés en **gras**.

## Exercice I : Régulateur à boules

On considère le système décrit sur la figure 1 : un axe vertical tourne à vitesse angulaire constante $\omega$, et supporte deux tiges auxquelles sont accrochées des boules $A$ et $B$. La longueur des tiges (distance $OA$) est $\ell$. Les tiges peuvent avoir un mouvement de rotation sans frottement (variation de $\theta$) autour de leur point d'attache. Dans un plan horizontal, la position de la boule $A$ est repérée par les coordonnées polaires $\rho$ et $\varphi$. La boule $B$ est symétrique de $A$ par rapport à l'axe, et on ne s'occupera pas de son mouvement. On assimilera les boules à des points matériels de masse $m$, et on négligera la masse des tiges. Dans toute la suite, on supposera que le référentiel $\mathcal{R}$, de repère $Oxyz$, est galiléen. D'autre part, toutes les vitesses, accélérations et foreces mentionnées dans la suite sont calculées par rapport à ce référentiel.

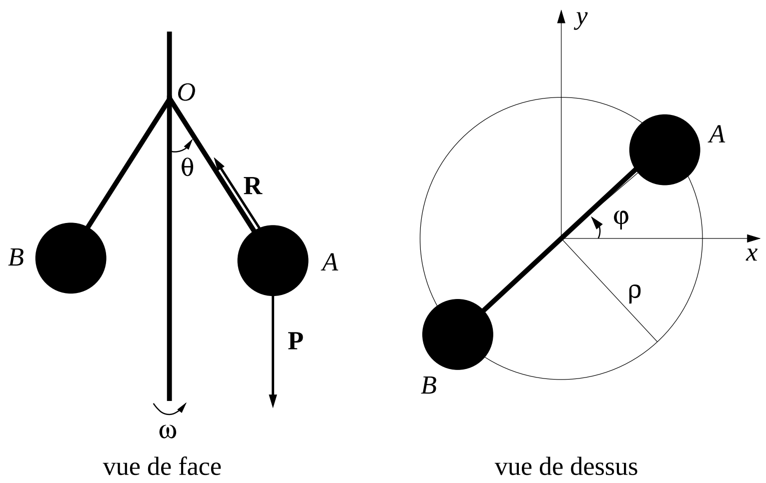


FIG. 1 – Schéma d'un régulateur à boules

1. Faire le bilan des forces dans $\mathcal{R}$ en utilisant la base cylindrique $(\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$ pour exprimer les composantes.
2. Donner la relation entre $\rho$, $\sin\theta$ et $\ell$.
3. Écrire l'expression générale de l'accélération dans la base cylindrique, en fonction de $\rho$, $\varphi$, $z$ et de leurs dérivées par rapport au temps.
4. Appliquer les relations générales précédentes dans le cas présent où la vitesse angulaire $\dot{\varphi} = \omega = \text{cste}$.
5. En projetant la deuxième loi de Newton d'abord sur $\mathbf{e}_z$ puis sur $\mathbf{e}_\rho$, trouver une relation entre $\omega$, $\rho$, $\theta$ et $g$.

6. En utilisant la relation entre $\rho$, $\ell$ et $\theta$, déduire la relation entre $\omega$, $\theta$, $g$ et $\ell$. Montrer qu'en dessous d'une certaine vitesse angulaire, les boules restent collées à l'axe $Oz$.
7. Application numérique : la masse des boules est $m = 1$ kg, la longueur des tiges est $\ell = 17$ cm, le champ de pesanteur g est de norme $g = 9{,}8$ m.s$^{-2}$. Trouver la vitesse angulaire $\omega$ à partir de laquelle les boules décollent de l'axe, d'abord en rd.s$^{-1}$ puis en tours par minute.

*Ce système a été utilisé pour réguler la vitesse de rotation d'un axe vertical, entraîné par un moteur (à l'origine une machine à vapeur), en couplant mécaniquement les variations de l'angle $\theta$ au dispositif d'alimentation du moteur. Il a été inventé par Watt. C'est un des premiers dispositifs du type de ceux que l'on appelle maintenant « asservissements », qui sont à la base de l'automatique, de la robotique, etc, et sont très utilisés dans la vie courante (automobile, appareils ménagers...).*

**Exercice II : Un modèle de « grand huit » ou « montagnes russes »**

On considère le parcours d'un wagonnet de masse $m = 1000$ kg sur la trajectoire figurée ci-dessous (fig. 2). Dans un premier temps, le mouvement est supposé sans frottement et la seule force à considérer est le poids $\mathbf{P}$ avec une accélération de la pesanteur g dont le module est égal à $9{,}8$ m.s$^{-2}$.

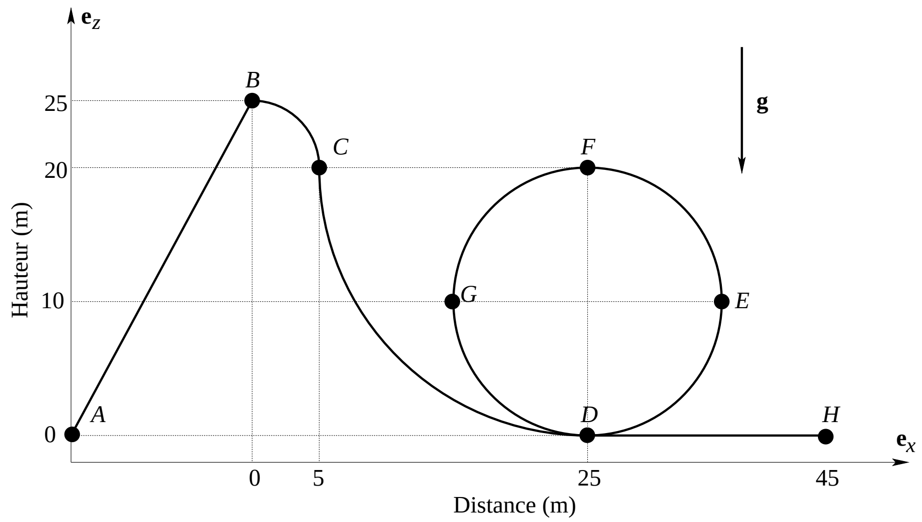


FIG. 2 – Schéma du grand huit

1. Calculer l'énergie potentielle $E_p(z)$ du wagonnet dans le champ de pesanteur $\mathbf{P}$. On supposera que $E_p$ est nulle au niveau $z = 0$ m.
2. En utilisant le résultatprécédent, donner l'expression et la valeur du travail $W_{AB}$ du poids $\mathbf{P}$ du wagonnet, en partant du point $A$ à $z = 0$ m et arrivant au point $B$ à $z = 25$ m. Commenter le signe de $W_{AB}$.
3. En supposant que le mouvement est conservatif et que le wagonnet a une vitesse de module $V_0 = 1$ m.s$^{-1}$ en $B$, donner l'expression et la valeur des énergies potentielles $E_p$, cinétique $E_k$ et mécanique $E_m$ au point $B$, puis aux points $C$ et $D$.
4. Le wagonnet parcourt ensuite la boucle $DEFGD$. Exprimer le module $V$ de la vitesse du wagonnet en fonction de l'énergie mécanique $E_m$ et de la hauteur $z$. Préciser la valeur de $V$ en $F$ et $G$.
5. On considère maintenant une force de frottement solide $\mathbf{F}$, parallèle et de sens opposé au déplacement, de module constant $\|\mathbf{F}\| = 2000$ N. Donner l'expression et la valeur du travail $W_F$ de

cette force entre les points $B$ et $H$ (*$BC$ est un quart de cercle de rayon 5 m, $CD$ est un quart de cercle de rayon 20 m, $DEFGD$ est un cercle de rayon 10 m, $DH$ est un segment horizontal de 20 m*).

6. En appliquant, au choix, le théorème de l'énergie cinétique ou le théorème de l'énergie mécanique entre $B$ et $H$, calculer le module $V$ de la vitesse du wagonnet en $H$.